SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NINH
– – – – – – – – –
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2012 – 2013

MÔN : TOÁN
(BẢNG A)
Ngày thi : **23/10/2012**
Thời gian làm bài : 180 phút
(Không kể thời gian giao đề)

(Đề thi này có 01 trang)

Họ và tên,chữ ký của giám thị số 1
– –

Bài 1 ***(6 điểm)*** **:**

1. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C), gọi I là giao hai tiệm cận . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến ấy cắt hai đường tiệm cận của đồ thị tại hai điểm A, B sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB lớn nhất.
2. Tính giới hạn sau : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(x^2+2012)\sqrt[7]{1-2x}-2012}{x}$

Bài 2 ***(3 điểm)*** **:**

Tìm *m* để phương trình sau đây có nghiệm :

$$x^2 - 2x + m(x-4)\sqrt{\frac{x+2}{4-x}} + 2\sqrt{8+2x-x^2} - 14 - m = 0$$

Bài 3 ***(3 điểm)*** **:**

Cho tam giác ABC vuông ở A, gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác. Đặt IA = x , IB = y , IC = z . Chứng minh rằng : $\dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1}{y^2} + \dfrac{1}{z^2} + \dfrac{\sqrt{2}}{yz}$

Bài 4 ***(5 điểm)*** **:**

Trong mặt phẳng (P) cho đường tròn đường kính BC cố định. M là một điểm di động trên đường tròn ấy. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) tại B lấy một điểm A cố định. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B trên AM và AC .

1. Chứng minh rằng khi M di động mặt phẳng (BHK) cố định .
2. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác BHK lớn nhất

Bài 5 ***(3 điểm)*** **:**

Cho ba số thực a,b,c thỏa mãn $abc = 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{a^6+b^6}{a^4+b^4+a^2b^2} + \frac{b^6+c^6}{b^4+c^4+b^2c^2} + \frac{c^6+a^6}{c^4+a^4+c^2a^2}$$

– – – – – – – – – – – – – –Hết– – – – – – – – – – – – –

Họ và tên thí sinh : –Số báo danh: – – – –

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NINH

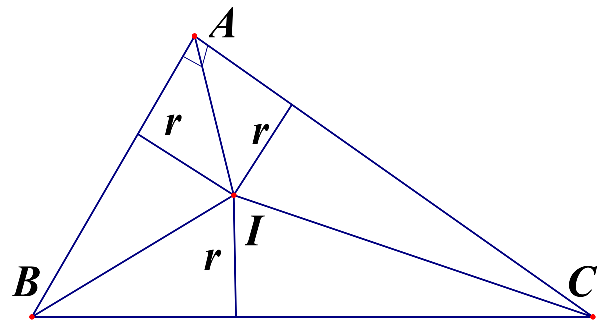
HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 12 NĂM HỌC 2012 – 2013

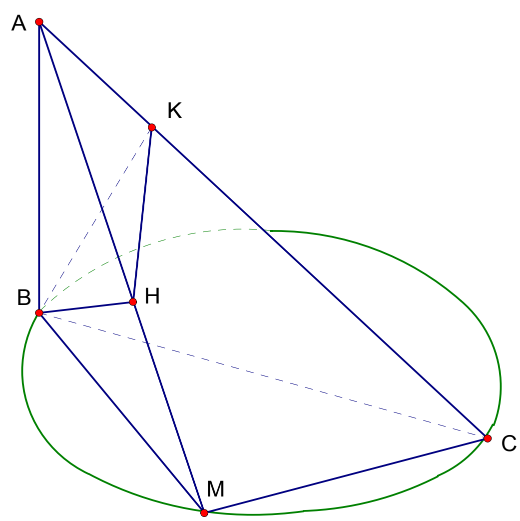
Môn Toán – Bảng A (đề thi chính thức)

Bài	Sơ lược lời giải	Điểm
Bài 1 ***6điểm***	**1.** Giao hai tiệm cận I(1;1) Giả sử tiếp tuyến cần lập tiếp xúc với đồ thị tại điểm có hoành độ x_0 =>phương trình tiếp tuyến có dạng: $y=\frac{-3}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0+2}{x_0-1}$	0,5
	Tiếp tuyến cắt tiệm cận đứng tại A$(1;\frac{x_0+5}{x_0-1})$ Tiếp tuyến cắt tiệm cận ngang tại B$(2x_0-1;1)$	0,5
	Ta có $IA=\left\|\frac{x_0+5}{x_0-1}-1\right\|=\frac{6}{\|x_0-1\|}$; $IB=\|2x_0-1-1)\|=2\|x_0-1\|$ Nên $IA.IB=\frac{6}{\|x_0-1\|}.2\|x_0-1\|=12$	0,5
	Do vậy diện tích tam giác IAB : $S=\frac{1}{2}IA.IB=6$ Gọi p là nửa chu vi ΔIAB => bán kính đường tròn nội tiếp ΔIAB : $r=\frac{S}{p}=\frac{6}{p}$ => r lớn nhất <= > p nhỏ nhất. Mặt khác ΔIAB vuông tại I nên	0,5
	$2p=IA+IB+AB=IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}\ge 2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2IA.IB}=4\sqrt{3}+2\sqrt{6}$ Dấu " = " xảy ra $<=> IA=IB \Leftrightarrow (x_0-1)^2=3 \Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{3}$	0,5
	Với $x=1-\sqrt{3}$ ta có tiếp tuyến d_1 : $y=-x-2(\sqrt{3}-1)$ Với $x=1+\sqrt{3}$ ta có tiếp tuyến d_2 : $y=2(\sqrt{3}+1)-x$	0,5
	2. L = $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(x^2+2012)\sqrt[7]{1-2x}-(x^2+2012)+x^2}{x}$	1
	$=\lim\limits_{x\to 0}\left[(x^2+2012)\frac{\sqrt[7]{1-2x}-1}{x}+x\right]$ Ta có $L_1=\lim\limits_{x\to 0}(x^2+2012)=2012$; $L_3=\lim\limits_{x\to 0}x=0$	1
	Tính $L_2=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[7]{1-2x}-1}{x}$ Đặt $\sqrt[7]{1-2x}=t => x=\frac{1-t^7}{2}$ Và khi x $\to$ 0 thì t $\to$ 1 => $L_2=\lim\limits_{t\to 1}\frac{2(t-1)}{1-t^7}=\lim\limits_{t\to 1}\frac{-2}{1+t+t^2+t^3+t^4+t^5+t^6}=-\frac{2}{7}$ Vậy L = $2012.\left(-\frac{2}{7}\right)+0=-\frac{4024}{7}$	1

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 2 *3điểm*	Điều kiện: $\begin{cases} \dfrac{x+2}{4-x} \geq 0 \\ x \neq 4 \\ 8 + 2x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 4$	0,5
	Với đ/k đó phương trình đã cho tương đương với $\Leftrightarrow -(-x^2+2x+8) - m\sqrt{8+2x-x^2} + 2\sqrt{8+2x-x^2} - 6 - m = 0.$ (1)	0,5
	Đặt t = $\sqrt{8+2x-x^2}$; Khi x ∈ [– 2; 4) thì t ∈ [0; 3] . (2) Phương trình trở thành : $-t^2 - mt + 2t - 6 - m = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \quad m = \dfrac{-t^2+2t-6}{t+1}.$ Xét hàm số $f(t) = \dfrac{-t^2+2t-6}{t+1}; t \in [0;3]$; $f'(t) = \dfrac{-t^2-2t+8}{(t+1)^2}$	0,5
	$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -4 \\ t = 2 \end{array}\right.$ Bảng biến thiên của hàm số f(t) trên đoạn [0 ; 3].	0,5

t	–∞	–4	–1	0		2		3	+∞
f'(t)	–	0	+ ‖	+	+	0	–		
f(t)				–6	↗	- 2	↘	$-\frac{9}{4}$	

Bài	Nội dung	Điểm
	Phương trình đã cho có nghiệm x∈ [–2; 4) ⇔ Phương trình (2) có nghiệm t∈ [0; 3] ⇔ Đường thẳng y = m cắt đồ thị hàm số f(t) , t ∈ [0; 3] ⇔ $-6 \leq m \leq -2$ Vậy với $-6 \leq m \leq -2$ thi phương trình có nghiệm	0,5
Bài 3 *3điểm*	Ta có: $x = \dfrac{r}{\sin 45^\circ} = \dfrac{r}{\sin\dfrac{B+C}{2}}$; $y = \dfrac{r}{\sin\dfrac{B}{2}}$; $z = \dfrac{r}{\sin\dfrac{C}{2}}$  	1
	Suy ra: $\dfrac{yz}{x} = r\dfrac{\sin\dfrac{B+C}{2}}{\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}} = r\dfrac{\sin\dfrac{B}{2}cos\dfrac{C}{2} + \sin\dfrac{C}{2}cos\dfrac{B}{2}}{\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}} = (\dfrac{r}{tg\dfrac{B}{2}} + \dfrac{r}{tg\dfrac{C}{2}}) = a \Rightarrow a^2 = \dfrac{y^2z^2}{x^2}$ (1)	1

<table>
<tr><td></td><td>Ngoài ra định lý hàm cos trong tam giác BIC cho :
$$a^2 = y^2 + z^2 - 2yz\cos \widehat{BIC}$$
$$<=> \quad a^2 = y^2 + z^2 - 2yz\cos(180^\circ - \frac{B+C}{2})$$
$$<=> \quad a^2 = y^2 + z^2 - 2yz\cos 135^\circ$$
$$<=> \quad a^2 = y^2 + z^2 + 2yz.\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad (2)$$
Từ (1) và (2) ta có : $\frac{y^2z^2}{x^2} = y^2 + z^2 + yz\sqrt{2} <=> \frac{1}{x^2} = \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{\sqrt{2}}{yz}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Bài 4
5điểm</td><td>

a)
$$\begin{cases} CM \perp BM \\ CM \perp AB \end{cases} => CM \perp (ABM) \supset BH$$
$$=> \begin{cases} BH \perp CM \\ BH \perp AM \end{cases} => BH \perp (ACM) \supset AC$$
$$=> \begin{cases} AC \perp BH \\ AC \perp BK \end{cases} => AC \perp (BHK)$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Mặt phẳng (BHK) đi qua B cố định và vuông góc với AC cố định nên mp(BHK) cố định</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>ΔBHK vuông tại H => S_{BHK}= (1/2) BH.HK $\le \frac{BH^2 + HK^2}{4} = \frac{BK^2}{4}$ (const)
vậy ΔBHK có diện tích lớn nhất ⇔ BH = HK ⇔ΔBHK vuông cân.
Khi đó $BH = \frac{BK}{\sqrt{2}}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Mà $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BM^2}$ $\qquad \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2}$
$$=> \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{2BH^2} <=> \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{2AB^2} + \frac{1}{2BM^2}$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>$$<=> \frac{1}{2BM^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{2AB^2} = \frac{1}{4R^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{h^2 + 2R^2}{4h^2R^2}$$
$$=> BM^2 = \frac{4h^2R^2}{h^2 + 2R^2} <=> BM = \frac{hR\sqrt{2}}{\sqrt{h^2 + 2R^2}}$$
(với R là bán kính đường tròn (C), AB = h)</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Mà B cố định => M thuộc đường tròn tâm B bán kính $\frac{hR\sqrt{2}}{\sqrt{h^2 + 2R^2}}$
=> có hai vị trí của M làm cho diện tích ΔBHK đạt GTLN đó là giao của đường tròn (C) và đường tròn (B;BM)</td><td>0,5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Bài 5
3điểm</td><td>$P = \dfrac{(a^2+b^2)(a^4+b^4-a^2b^2)}{a^4+b^4+a^2b^2} + \dfrac{(b^2+c^2)(b^4+c^4-b^2c^2)}{b^4+c^4+b^2c^2} + \dfrac{(c^2+a^2)(c^4+a^4-c^2a^2)}{c^4+a^4+c^2a^2}$
Nhận xét: Do $abc = 2\sqrt{2}$ nên a^2, b^2, c^2 là các số thực dương</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Xét : A = $\dfrac{x^2+y^2-xy}{x^2+y^2+xy}$ với x,y > 0
Chia tử và mẫu cho y^2 và đặt t = $\dfrac{x}{y}$ ta được A = $\dfrac{t^2-t+1}{t^2+t+1}$ với t > 0</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Xét hàm số f(t) = $\dfrac{t^2-t+1}{t^2+t+1}$ trên (0;+∞)
Ta có : $f'(t) = \dfrac{2(t^2-1)}{(t^2+t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$
Bảng biến thiên:
<table><tr><td>t</td><td>0</td><td>1</td><td>+∞</td></tr><tr><td>f'(t)</td><td>–</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(t)</td><td>1 ↘</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>↗ 1</td></tr></table></td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(t) \ge \dfrac{1}{3}$ với mọi t > 0
Từ đó A = $\dfrac{x^2+y^2-xy}{x^2+y^2+xy} \ge \dfrac{1}{3}$ với x,y > 0; dấu bằng xảy ra khi t = 1 nên x = y.
Áp dụng với x = a^2 , y = b^2 ta có $\dfrac{a^4+b^4-a^2b^2}{a^4+b^4+a^2b^2} \ge \dfrac{1}{3}$
Tương tự $\dfrac{b^4+c^4-b^2c^2}{b^4+c^4+b^2c^2} \ge \dfrac{1}{3}$, $\dfrac{c^4+a^4-c^2a^2}{c^4+a^4+c^2a^2} \ge \dfrac{1}{3}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>=> $P \ge \dfrac{1}{3}(a^2+b^2) + \dfrac{1}{3}(b^2+c^2) + \dfrac{1}{3}(c^2+a^2) = \dfrac{2}{3}(a^2+b^2+c^2)$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Áp dụng BĐT Côsi ta có $a^2+b^2+c^2 \ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 6$ với $abc = 2\sqrt{2}$
=> P ≥ 4 dấu đẳng thức xảy ra chẳng hạn khi a = b = c = $\sqrt{2}$
Vậy P_{min} = 4 khi chẳng hạn a = b = c = $\sqrt{2}$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

Chú ý:

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược bài giải .Bài làm của học sinh phải chi tiết,lập luận chặt chẽ,tính toán chính xác mới được điểm tối đa.

2. Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thông nhất chi tiết nhưng không được quá số điểm dành cho câu, phần đó.

3. Có thể chia điểm thành từng phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong cả tổ chấm.

4. Điểm toàn bài là tổng số điểm các phần đã chấm. Không làm tròn điểm

5. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trng tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.