

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN
(BẢNG B)

Ngày thi : **23/10/2012**
Thời gian làm bài : **180 phút**
(không kể thời gian giao đề)

(Đề thi này có 01 trang)

Họ và tên, chữ ký của giám thị số 1
.....
.....

Bài 1 (4 điểm):

Tính giới hạn sau : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$

Bài 2 (3 điểm):

Cho tam giác ABC có $\hat{A} = \alpha$, $\hat{B} = \beta$ với $\alpha < \beta$, trung tuyến AM. Gọi φ là góc nhọn tạo bởi AM với cạnh BC, chứng minh rằng: $2\cot\varphi = \cot\alpha - \cot\beta$.

Bài 3 (4 điểm):

Giải bất phương trình: $x^2 + x + 6\sqrt{x+2} < 18$

Bài 4 (6 điểm):

Cho tam giác đều ABC cạnh a, đường thẳng (d) qua A vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trên (d) lấy điểm M. Gọi I là trực tâm của tam giác MBC, H là trực tâm của tam giác ABC, giao điểm của đường thẳng HI với (d) là N.

1. Chứng minh rằng tứ diện MNBC có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau
2. Chứng minh rằng khi M di chuyển trên (d) thì tích AM.AN không đổi.

Bài 5 (3 điểm):

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

với a, b là các số thực thỏa mãn $a \neq 0, b \neq 0$.

----- Hết -----

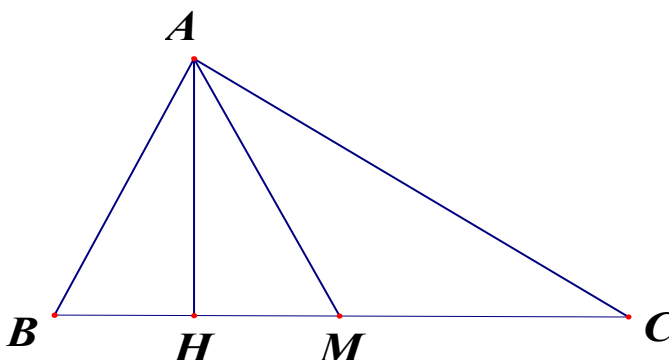
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

MA TRẬN ĐỀ
THI CHỌN HSG LỚP 12 NĂM HỌC 2012-2013
MÔN TOÁN BẢNG B. ĐỀ THI CHÍNH THỨC
 (Đề tự luận)

Mức độ nhận thức Chủ đề kiến thức	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng		Tổng
			Mức độ thấp	Mức độ cao	
Giới hạn của hàm số (lớp 11)		1 4			1 4,0
Hệ thức lượng giác trong hình học phẳng (lớp 11)			1 3		1 3,0
Giải phương trình, bất phương trình, hệ có sử dụng tính chất của hàm số (lớp 10, 12)			1 4		1 4,0
Hình học không gian (lớp 11)		1 4		1 2	2 6,0
Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức có dùng tính chất của hàm số (lớp 10, lớp 12)				1 3	1 3,0
	0	2	2	2	6
	0,0	8,0	7,0	5,0	20,0

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NINH

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HSG LỚP 12 NĂM HỌC 2012-2013 MÔN TOÁN BẢNG B. ĐỀ CHÍNH THỨC (Hướng dẫn chấm này có 03 trang)

Bài	Sơ lược lời giải	Cho điểm
Bài 1 4 điểm	Có : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sqrt{1+2x} - (x+1)] + [(x+1) - \sqrt[3]{1+3x}]}{x^2}$	1,5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{-x^2}{x^2 [\sqrt{1+2x} + (x+1)]} + \frac{x^2(x+3)}{x^2 [(x+1)^2 + (x+1)\sqrt[3]{1+3x} + \sqrt[3]{(1+3x)^2}]} \right\}$	1
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{-1}{[\sqrt{1+2x} + (x+1)]} + \frac{x+3}{[(x+1)^2 + (x+1)\sqrt[3]{1+3x} + \sqrt[3]{(1+3x)^2}]} \right\} = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$	1,5
Bài 2 3 điểm	* Trường hợp góc β nhọn: Kẻ $AH \perp BC$, do $\alpha < \beta$ nên $BH < BM$; có $\cot \varphi = HM/AH$, $\cot \alpha = CH/AH$, $\cot \beta = BH/AH$	1,0
	Do: $HM = BM - BH$; $HM = CH - CM$; $BM = CM$	0,5
	nên cộng vế-vế 2 đẳng thức ta được: $2HM = CH - BH$	0,5
	$\Rightarrow 2HM/AH = CH/AH - BH/AH$, hay $2 \cot \varphi = \cot \alpha - \cot \beta$. Ta có đpcm !	0,5
		
* Trường hợp góc β tù: Chứng minh tương tự	0,5	
Bài 3 4 điểm	TXĐ: $x \in (-2; +\infty)$	0,25
	Nếu $x \in [-2; 0]$ thì: BPT đã cho có $VT \leq 4 + 0 + 6\sqrt{2} < 18 = VP$	0,5
	Suy ra $\forall x \in [-2; 0]$ đều là nghiệm của BPT đã cho.	0,5
	Nếu $x > 0$, xét hàm số $y = f(x) = x^2 + x + 6\sqrt{x+2}$ với $x \in (0; +\infty)$	
	Có $f'(x) = 2x + 1 + 3/\sqrt{x+2} > 0 \quad \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$	0,75
	Mà $f(2) = 18$ nên với $x \in (0; +\infty)$ ta có: BPT đã cho $\Leftrightarrow f(x) < f(2) \Leftrightarrow x < 2$	1,0
Kết hợp với $x \in (0; +\infty)$ được $0 < x < 2$.	0,5	
Kết luận: BPT đã cho có nghiệm là $-2 \leq x < 2$	0,5	

Bài	Sơ lược lời giải	Cho điểm
Bài 4 6 điểm	4.1 (4 điểm)	
	Gọi E là trung điểm BC, từ giả thiết suy ra $H \in AE, I \in ME \Rightarrow IH$ cắt (d) tại N	0,5
	Theo giả thiết $(d) \perp mp(ABC) \Rightarrow (d) \perp BC$ hay $MN \perp BC$	1,0
	Chứng minh được $BH \perp mp(MAC)$ rồi suy ra $BH \perp MC$	1,0
	Mà $BI \perp MC$ nên $MC \perp mp(BHI)$, từ đó suy ra $MC \perp BN$	1,0
	Chứng minh tương tự, được $MB \perp CN$ Vậy tứ diện MNBC có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau (đpcm !)	0,5
	4.2 (2 điểm)	
	Chứng minh được: $BC \perp mp(MAE) \Rightarrow BC \perp IH$ và $MC \perp mp(BKF) \Rightarrow MC \perp IH$ suy ra $IH \perp MB$	1,0
	Trong tam giác MNE, có: $\sphericalangle ANH = \sphericalangle AEM$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) suy ra $\Delta ANH \sim \Delta AEM$	0,5
	do đó: $\frac{AN}{AE} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM \cdot AN = AE \cdot AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2}{2}$	
	Vậy tích $AM \cdot AN$ không đổi (đpcm !)	0,5

Bài	Sơ lược lời giải	Cho điểm																								
Bài 5 3 điểm	<p>Đặt: $t = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \Rightarrow t \geq 2$; $t^2 = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = t^2 - 2 \Rightarrow \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} = t^4 - 4t^2 + 2$.</p> <p>Khi đó: $P = \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = t^4 - 4t^2 + 2 - (t^2 - 2) + t = t^4 - 5t^2 + t + 4$</p> <p>Xét hàm: $f(t) = t^4 - 5t^2 + t + 4$ với $t \geq 2$, có: $f'(t) = 4t^3 - 10t + 1$; $f''(t) = 12t^2 - 10$</p> <p>Với $t \geq 2$ thì $f''(t) > 0 \Rightarrow$ hàm $f'(t)$ đồng biến trên $(-\infty; -2]$ và $[2; +\infty)$.</p> <p>Nên: $t > 2 \Rightarrow f'(t) > f'(2) = 13 > 0$; $t < -2 \Rightarrow f'(t) < f'(-2) = -11 < 0$</p> <p>Ta có bảng biến thiên:</p> <table border="1" data-bbox="256 688 1269 957"> <tr> <td>t</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td></td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td colspan="2">-</td> <td></td> <td colspan="2">+</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td></td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>-2</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> </tr> </table> <p>Mà $f(-2) = -2 < 2 = f(2)$, suy ra: $\min f(t) = -2$; đạt khi $t = -2 \Leftrightarrow a = -b \neq 0$</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -2, đạt được khi $a = -b \neq 0$</p>	t	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	$f'(t)$	-			+		$f(t)$	$+\infty$	\searrow		\nearrow	$+\infty$			-2		2		<p>0,5</p> <p>0,75</p> <p>0,75</p> <p>1</p>
t	$-\infty$	-2		2	$+\infty$																					
$f'(t)$	-			+																						
$f(t)$	$+\infty$	\searrow		\nearrow	$+\infty$																					
		-2		2																						

Các chú ý khi chấm:

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược bài giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.
2. Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thống nhất chi tiết nhưng không được quá số điểm dành cho câu, phần đó.
3. Có thể chia điểm thành từng phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong cả tổ chấm.
4. Điểm toàn bài là tổng số điểm các phần đã chấm. Không làm tròn điểm
5. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NINH